Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2011
Segunda Prova

Questões

1. Na sala de aula resolvemos vários modelos de ajuste de mercado. Em geral, os mesmos tinham a seguinte característica:

Função de Oferta: $Q_{s,t} = a + b\,P_t$ (onde a e b >0)

Função de Demanda: $Q_{d,t} = c - d\,P_t$ (onde c e d >0)

Ajuste: $P_t - P_{t-1} = k\,(Q_{d,t-1} - Q_{s,\,t-1})$; $k > 0$

Os modelos que resolvemos na aula tiveram diversos resultados, alguns tinham resultados convergentes outros divergentes (convergentes ou divergentes partindo de um ponto fora do equilíbrio, lógico). Que seja convergente ou divergente depende, basicamente, do valor do parâmetro k.

A pergunta é: qual é o intervalo de valores de k para que o modelo dê como resultado uma trajetória convergente ?

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: sabemos que, em uma equação do tipo $y_t = a\,y_{t-1} + b$ o valor de "a", para ser convergente, tem que estar entre -1 e 1. O valor de "a", no modelo da Questão 1 é: $[1 - k\,(d+b)]$. Temos, então, que para o modelo convergir ao equilíbrio (que, aliás, é $(c-a)/(b+d)$) a condição é: $-1 < 1-k(d+b) < 1$. Multiplicando tudo por -1 temos que: $1 > -1+k(d+b) > -1$. Somando 1 a todas as partes dessa expressão temos que: $2 > k\,(d+b) > 0$. Ou seja, $0 < k < 2/(d+b)$ é o intervalo do valor de k para que o modelo, partindo de uma situação fora do equilíbrio, tenda, assíntoticamente, ao equilíbrio.

2. Resolva a seguinte equação em diferença:

$$2\,y_{t+1} - y_t = 2\ ;\ y_0 = 4$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $y_t = 2\,(0.5)^t + 2$

3. Observe o seguinte modelo macroeconômico:

(1) $S_t = \theta_1 Y_t + \beta$

(2) $I_t = \theta_2 \; (Y_t - Y_{t-1})$

(3) $S_t = \theta_3 I_t$

(4) $Y_0 = \bar{Y}_0$

Onde $\theta_i > 0$ e $\beta > 0$ (são parâmetros positivos), sendo S, Y e I a poupança, a renda e o investimento, respectivamente.

Pergunta: Encontrar a trajetória temporal da poupança (S_t).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: trabalhando o modelo chegamos à seguinte equação em diferenças:

$S_t = S_{t-1} \; (\theta_3 \theta_2 \;/\; \theta_3 \theta_2 - \theta_1)$

Resolvendo e lembrando da condição inicial temos que:

$S_t = \; (\theta_3 \theta_2 \;/\; \theta_3 \theta_2 - \theta_1)^t \, (\theta_1 Y_0 + \beta)$

4. Vamos aplicar equações em diferença a um problema extremamente atual no países da Zona Euro: a questão da sustentabilidade de dívida pública.

Comecemos por uma igualdade extremamente simples:

$$DV_t - DV_{t-1} = SP_t + r\,DV_{t-1} \qquad (1)$$

DV = dívida pública no período t; SP =superávit primário no período t (superávit primário é o balanço entre arrecadação e gastos sem levar em consideração o serviço da dívida. No caso de ser positivo temos superávit e no caso de ser negativo déficit); r a taxa real de juros.

Vamos dividir a expressão anterior por Yt (o PIB do período t). Teríamos

$$DV_t / Y_t - DV_{t-1} / Y_t = SP_t / Y_t + r\, DV_{t-1} / Y_t \qquad (2)$$

Vamos trabalhar (2). O segundo membro do lado direito e esquerdo da igualdade vamos multiplicar e dividir por Y_{t-1}. Fazendo essa operação temos que:

$$DV_t / Y_t - (Y_{t-1}/ Y_{t-1})(DV_{t-1} / Y_t) =$$
$$= SP_t / Y_t + (r\, DV_{t-1} / Y_t)(Y_{t-1}/ Y_{t-1}) \qquad (3)$$

Denominando g a taxa de crescimento do nível de renda (ou seja, ($Y_t/ Y_{t-1} = 1+g$), temos que:

$$DV_t / Y_t - (1/ (1+g) (DV_{t-1} / Y_{t-1}) =$$
$$= SP_t / Y_t + (r\, DV_{t-1} / Y_{t-1})(1/1+g) \qquad (4)$$

Vamos trabalhar tudo em termos do PIB. Assim: $dv_t = DV_t / Y_t$ e $sp_t = SP_t / Y_t$. Assim, (4) pode ser reescrita como:

$$dv_t - [dv_{t-1} / (1+g)] = sp_t + [(r\, dv_{t-1}) / (1+g)] \qquad (5)$$

Trabalhando a expressão anterior chegamos à seguinte equação em diferenças:

$$dv_t = sp_t + dv_{t-1} [(1+r) / (1+g)] \qquad (6)$$

Temos uma situação de equilíbrio quanto $dv_t = dv_{t-1} = dv_{t-1} = dv^*$. Ou seja, a relação entre a dívida pública e o PIB fica estável no tempo (e chamamos essa relação estável de dv*).

Até agora eu tive o trabalho, agora começa o trabalho de vocês.

A primeira questão é: qual ser o valor de equilíbrio da relação entre dívida e PIB (ou seja, qual é o valor de dv*?).

Esta questão vale um ponto.

O segundo problema é o seguinte. Suponhamos que um país tenha superávit primário (sp >0 e, para simplificar, suponhamos que o mesmo é constante), que a taxa de crescimento o PIB é superior à taxa real de juros (ou seja, g>r) e que a dívida público no período inicial (t=0) seja diferente de seu valor de equilíbrio (pode ser maior ou menor, não importa). A pergunta é: essa divida convergirá ao equilíbrio ou não ? Caracterize essa trajetória ?

(Esta questão vale dois pontos. Tem que estar justificada analítica e graficamente)

O terceiro problema é. Suponhamos que o país tenha um déficit público (SP <0) e a taxa de crescimento do PIB seja inferior à taxa real de jutos (g<r).). A pergunta é: essa divida convergirá ao equilíbrio ou não ? Caracterize essa trajetória ?

(Esta questão vale dois pontos. Tem que estar justificada analítica e graficamente. Nos gráficos desenhem tanto os quadrantes positivos como negativos, uma vez que a dívida pública pode ser negativo - nesse caso o estado seria credor líquido)

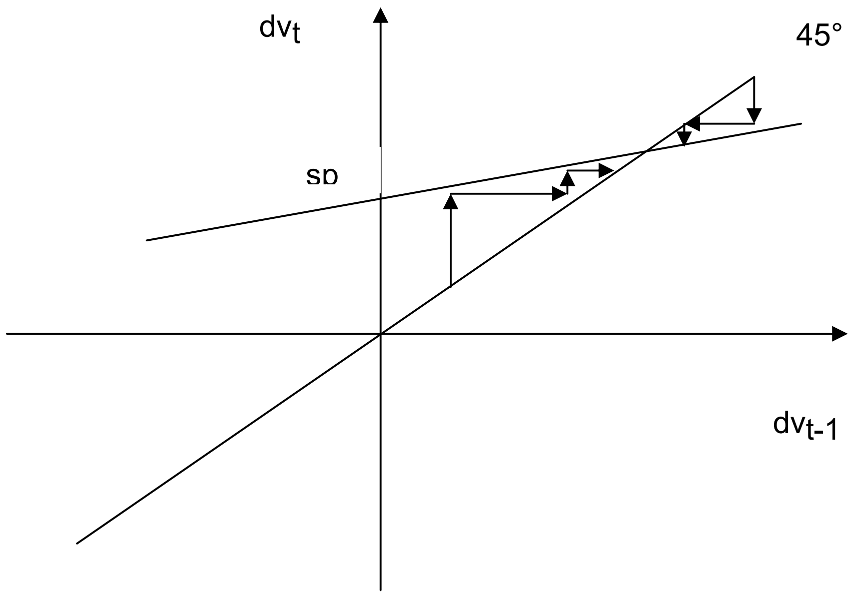
Resposta: a equação em diferenças (6) tem como solução:

$$dv_t = [\ (1+r/\ (1+g)\ ]^t \quad (dv_0 – sp\ 1+g\ /\ (g-r)) + sp\ (1+g)/\ (g-r)$$

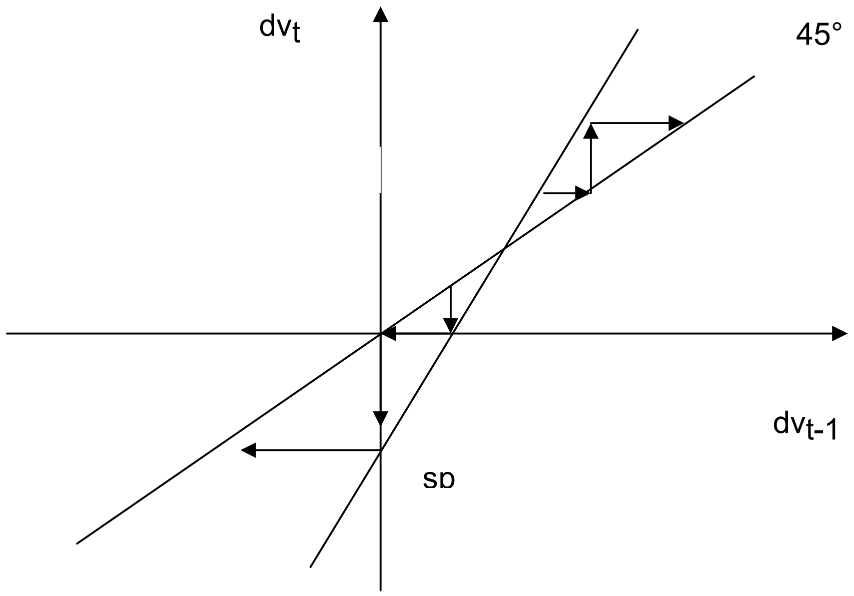
Ou seja, a dv de equilíbrio é: $dv^* = sp\ (1+g)/\ (g-r)$

A esse resultado podemos chegar fazendo $dv_t = dv_{t-1} = dv_{t-1} = dv^*$ em (6).

Vamos ao primeiro problema. No caso de g> r, temos que (1+r/1+g) é menor que um e teremos uma convergência ao equilíbrio, convergência que será não oscilante uma vez que esse cociente é positivo. O gráfico seria:



No caso de sp<0 e g<r, temos que:



Nesse caso teríamos uma trajetória divergente (1+r / 1+g) >1 e não oscilante.