Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2014
Segunda Prova

Questões

1. Assumamos que, em uma determinada população cuja quantidade de indivíduos inicialmente é de 100, o número se duplica a cada geração além de receber 10 novos (também em cada geração).

Construa a equação em diferenças que represente a trajetória temporal dessa população e resolva a mesma.

(Esta questão vale um 1.5 ponto)

Resposta: o problema pode ser representado pela seguinte expressão:

$P_0 = 100$; $P_t = 2\,P_{t-1} + 10$

A solução será: $P_t = 110\,(2)^t - 10$

2. Questão ANPEC/2012:

"Seja $A = (a_{ij})$ uma matriz n x n com entradas $a_{ij} \in R$. Julgue a afirmativa:

Se $A^2 + A = I$ então $A^{-1} = A + I$, em que I é a matriz identidade "

(Deve se respondido se essa afirmação é falsa ou verdadeira. Não precisa justificar a sua resposta, somente falar se é falsa ou verdadeira. No caso da resposta estar correta ganha um ponto, no caso da resposta estar errada desconto um ponto. O aluno que não responder não ganha nem perde pontos)

Resposta: verdadeira.

3. Suponha a seguinte equação em diferenças:

$$x_{t+4} = 3\,x_{t+3} - 4$$

A expressão $x_t = 3^{t+1} + 2$ é uma solução da equação anterior ?

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: sim, uma vez que:

$$x_{t+4} = 3\,(3^{t+4} + 2) - 4 = 3^{t+5} + 6 - 4 = 3^{t+5} + 2 = x^{t+4} - 2 + 2 = x^{t+4}$$

4. Dada a seguinte expressão:

$$y_{t+1} = (4\,y_t - 3)^{0.5}\ ;\ x \geq 3/4$$

Determine o equilíbrio (s), a característica dos mesmos e desenhe o diagrama de fase.

(A resposta sobre a identificação dos equilíbrios e a característica dos mesmos deve estar justificada. Esta questão vale 2.5 pontos)

Resposta: os equilíbrios são 3 e 1, uma vez que em 1 e 3 $y_t = y_{t-1} = y_{t-2}$

Linearizando em torno de 3 temos que:

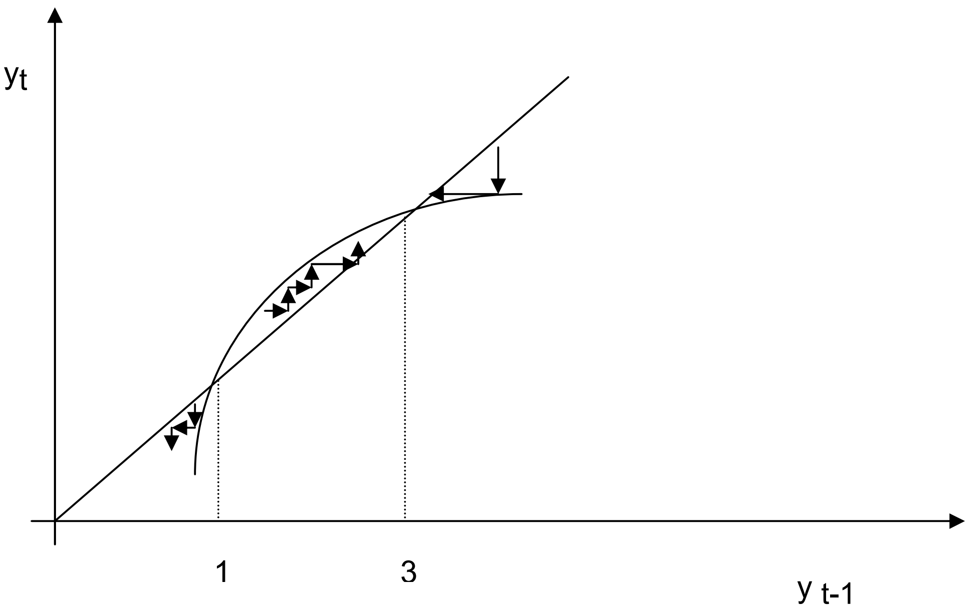
$$y_{t+1} = (2/3)\,y_t + 1$$

Dado o coeficiente (2/3), o equilíbrio é estável (convergente) não oscilante ($0<|2/3|<1$).

Na aproximação linear em torno de 1 temos que:

$$y_{t+1} = (2)\,y_t - 1$$

Uma vez que o coeficiente 2 é >1, temos que será um ponto de equilíbrio não estável e sendo positivo não oscilante.



5. Questão ANPEC/2012 :

"A matriz **A** tem 3 auto-valores distintos:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

(Deve se respondido se essa afirmação é falsa ou verdadeira. Não precisa justificar a sua resposta, somente falar se é falsa ou verdadeira. No caso da resposta estar correta ganha um ponto, no caso da resposta estar errada desconto um ponto. O aluno que não responder não ganha nem perde pontos)

Resposta: falso.

6. Agora um problema para pensar. Um modelo logístico proposto por Gilbin and Ayala (1973) pode ser expresso da seguinte forma:[1]/

$$P_{t+1} = r P_t \; [1- (P_t / \beta)^{\alpha}]$$

Onde r, β, α são parâmetros positivos.

[1] / Gilpin, M.E. and Ayala F.J., "Global Models of Growth and Competition" Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. V. 70. n. 12., p. 3590-3593. December. 1973.

A pergunta é a seguinte: em que intervalo de valores tem que situar-se “r” para que o modelo seja estável (convergente)?

(Dicas para responder à pergunta: a) tem que determinar qual é o equilíbrio; b) como o modelo não é linear, tem que linearizar; c) o modelo será estável ou não segundo o valor de um parâmetro na equação em diferenças já linearizada)

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: o primeiro passo é determinar o equilíbrio. Como vimos muitas vezes na sala de aula, podemos definir o equilíbrio quando $P_t=P_{t-1}=P_{t-2}$.....

Ou seja, P seria constante. Trabalhando a expressão da pergunta e depois de um pequeno trabalho algébrico temos que o equilíbrio será:

$$P^e = \beta\,[\,(r-1)/r\,]^{1/\alpha}$$

Agora temos que linearizar em torno a esse equilíbrio. Contudo, sabemos que a aproximação linear é: $P = P(P^e) + P'(P^e)(P - P^e)$. Para definir a característica do equilíbrio (estável/convergente ou não) só nos interessa a expressão $P'(P^e)$. Assim, vamos a determinar P’:

$$P' = r - (\alpha+1)\, r\, P^{\alpha}\beta^{\alpha}$$

Depois substituímos P pelo nosso valor de equilíbrio (esse é o ponto em torno do qual queremos linearizar) e depois de tranqüilos passos algébricos chegamos a

$$P'(P^e) = 1 - \alpha\, r + \alpha$$

Para que tenhamos estabilidade o requisito é:

$$-1 < 1 - \alpha\, r + \alpha < 1$$

Trabalhando essa expressão chegamos ao valor requerido de r para que tenhamos estabilidade/convergência:

$$1 < r < 1 + 2\,\alpha^{-1}.$$