

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2014
Quinta Prova

Questões

1. Assuma que uma economia está composta por dois setores: agricultura (A) e indústria (I). Em um determinado ano o setor A produziu 70 e, para lograr essa produção, comprou do próprio setor 3.5 e 10.5 do setor industrial. O setor I, por sua vez, produziu 30 e, para produzir esse montante, comprou da agricultura 7.5 e 3 do próprio setor.

Suponhamos que a demanda final da agricultura seja de 70 e a da indústria de 16.5, qual será a produção total necessária para satisfazer essa demanda final.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: a matriz A dessa economia será: $A = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.25 \\ 0.15 & 0.10 \end{bmatrix}$

$$\text{A matriz } (I-A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.101 & 0.306 \\ 0.183 & 1.162 \end{bmatrix}$$

Dessa forma, dada uma demanda final de 70 (para A) e 16.5 (para I), temos que a produção total será de 82,12 (A) e 31,98 (I)

2. O administrador de um fundo de investimento pode investir R\$ 10 em dois tipos de aplicações financeiras A e B. A aplicação A tem mais risco, mas o rendimento esperado é de 10%. O investimento em B é mais seguro, mas o rendimento esperado é de 7%. O fundo de investimento e o país tem certas restrições institucionais e legais. O administrador pode investir no máximo 6 na alternativa A e um mínimo de 2 na alternativa B. Por outra parte, o montante alocado em A dever ser, no mínimo, igual ao investimento em B.

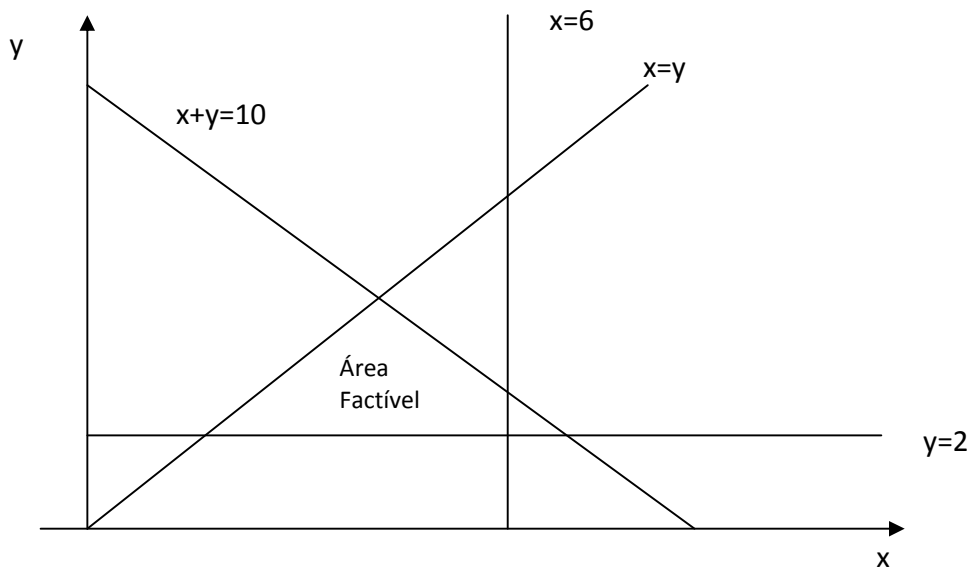
Como vai alocar os R\$ 10 para atingir o máximo rendimento ?

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: (vamos a chamar de x o investimento em A e y em B)

$$\text{Max } 0,1x + 0,07y$$

$$\text{s.a. } \begin{aligned} x+y &\leq 10 \\ 0 &\leq x \leq 6 \\ y &\geq 2 \\ x &\geq y \end{aligned}$$



O ponto que maximiza é (6;4). Ou seja, o administrador do fundo vai investir 6 na alternativa A e 4 na B.

3. Resolver o seguinte problema de programação linear:

$$\text{Min. } 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5$$

$$\text{s.a. } x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + 3x_5 \geq 4$$

$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 \geq 3$$

(Esta questão vale 3 pontos. Dica : sabemos que um programa como :

$$\text{Max. } 4w_1 + 3w_2$$

$$\begin{aligned}
\text{s.a. } w_1 + 2 w_2 &\leq 2 \\
w_1 - 2 w_2 &\leq 3 \\
2w_1 + 3 w_2 &\leq 5 \\
w_1 + w_2 &\leq 2 \\
3w_1 + w_2 &\leq 3
\end{aligned}$$

Tem como solução : $w_1 = 4/5$; $w_2 = 3/5$.)

Resposta: o programa que demos como dica não é outra coisa que o dual do problema que se tem que resolver. Dados os valores das soluções, sabemos que só as restrições 1 e 5 estão operando, as outras estão com folga. Assim, no primal temos que só x_1 e x_5 são diferentes de zero. Dessa forma temos um problema extremamente simples cuja solução é $x_1 = x_5 = 1$.

4. No seguinte problema de programação linear:

$$\begin{aligned}
\text{Max } & y_1 + 1.5 y_2 \\
\text{s.a. } & 2 y_1 + 2 y_2 \leq 160 \\
& y_1 + 2 y_2 \leq 120 \\
& 4y_1 + 2 y_2 \leq 280
\end{aligned}$$

A solução é $y_1 = y_2 = 40$

Pergunta: qual é o intervalo de variação dos coeficientes da função objetivo no qual essa solução é válida ?

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: $0.75 \leq y_1 \leq 1.5$ e $1 \leq y_2 \leq 2$.