

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período
Segunda Prova

Questões

1. Prove, **sem resolver a integral**, que:

$$\int x^2 (\ln x) dx = (x^3 / 3) \ln x - 1/9 x^3 + C$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: derivando o lado direito da igualdade chega-se à integral da função que está sendo procurada.

2. Calcule a seguinte integral:

$$\int_{-1}^1 0.5 (e^x + e^{-x}) dx$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $e - e^{-1}$

3. Encontrar $f(x)$, sabendo que:

$$\text{i) } f' = a x^2 + b x ; \text{ ii) } f'(1) = 6 ; \text{ iii) } f''(1) = 18 \text{ e iv) } \int_0^2 f(x) dx = 18$$

(A função $f(x)$ a ser encontrada não deve conter letras, só números e, logicamente, a variável x . Esta questão vale três pontos)

Resposta: Dado $f'(1) = 1$, então $a + b = 1$. Como $f''(x) = 2ax + b$ e $f''(1) = 18$, então, $2a + b = 18$. Assim, temos duas equações com duas incógnitas (a e b). As equações são: i) $a + b = 1$ e ii) $2a + b = 18$. Deduzimos que $a = 12$ e $b = -6$. Assim, sabemos que a nossa função vai ser $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + C$. Também sabemos que a integral entre 0 e 2 dessa função é igual a 18. De onde deduzimos que $C = 5$. Assim, a resposta é: $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 5$.

4. Resolva a seguinte integral:

$$\int_0^T b x e^{-rx} dx$$

(As letras T, b e r representam parâmetros. A única variável é x. Esta questão vale um ponto)

Resposta: $b / r^2 [1 - (1 + rT) e^{-rT}]$

5. Resolva a seguinte integral:

$$\int_1^4 e^{x^{0.5}} [x^{0.5} (1 + e^{x^{0.5}})]^{-1} dx$$

(Dica: $u = 1 + e^{x^{0.5}}$. Esta questão vale dois pontos).

Resposta: $\ln (1 + e^2 / 1 + e)^2$

6. Encontre, **sem resolver a integral**, G':

$$G(x) = \int_0^{x^2} (t^2 + 2) dt$$

(Esta questão vale dois pontos).

Resposta: $G' = 2x^5 + 4x$