Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: Verão/07
Segunda Prova

Questões

1. Calcule a seguinte integral:

$$x\,e^{-x}\,dx$$

$$1$$

(Lembre que $\lim\limits_{b} b\,e^{-b} = 0$ e tende também a zero a expressão $\lim\limits_{b} e^{-b}$).
(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $2\,e^{-1}$

2. Determine a seguinte integral:

$$\ln x^{2}\,dx$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta:2 (x lnx – x) + C

3. Estudamos, na aula, que uma integral definida por ser assumida como o valor de uma área em um intervalo de valores de x. Usando esse princípio, podemos calcular a área entre duas funções. Dadas as seguintes funções:

$$y\,(x) = 3\,x^{2} - 6x + 8 \quad \text{e} \quad f\,(x) = -\,2x^{2} + 4x + 1$$

Calcule a área entre ambas funções no intervalo $x_0 = 0$ e $x_1 = 2$.

(Esta questão vale dois pontos).

Resposta: aproximadamente 7,33.

4. Um técnica da matemática muito utilizada pela economia está associada á resolução de equações diferenciais. Os alunos que cursem Economia Quantitativa II vão ter a oportunidade de estudar esse tópico e recomendo, além de fazer Quanti II, cursar a matéria Equações Diferenciais no Departamento de Matemática. Muito sinteticamente, uma equação diferencial é uma equação da qual faz parte a derivada de uma função f(x) e, justamente, a resolução da equação diferencial consiste em encontrar a f (x) (desconhecida) que satisfaz a igualdade proposta. Um exemplo de equação diferencial seria:

$$e^{f}\ f' = 2x + 1\ ;\ f(0) = 1$$

onde todo o problema consiste em identificar a f(x) que satisfaz a igualdade anterior. Sabendo que f ' = df / dx, podemos trabalhar a igualdade anterior e expressá-la da seguinte forma:

$$e^{f}\, df = (2x + 1)\, dx$$

Vocês vão resolver essa equação diferencial integrando as duas partes da igualdade anterior e encontrando f(x) (Lembrem da condição inicial f(0) = 1).

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $f(x) = \ln(x^2 + x + e)$

5. Derive a integral seguinte:

$$\frac{d \displaystyle\int_{e^{t}}^{e^{t^2}} \ln x\, dx}{dt}$$

(Devem derivar a integral e não integrar e depois derivar)

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $2t^3 e^{t^2} - t e^{t}$

6. Resolva a seguinte equação em x :

$$\int_{3}^{x} (2t - 2) / (t^2 - 2t)\, dt = \ln((2/3)\, x - 1)$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $x = 3$. Em realidade, temos duas respostas $x_0 = 3$ e $x_1 = 1$. Contudo, como a função que estamos integrando não está definida em $x=1$, a resposta se restringe a $x = 3$.