Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: 1/04
Quarta Prova

Questões

1. Dada a seguinte função, encontre os pontos críticos (os candidatos a máximo ou mínimo) e caracterize-os:

$$z\,(x;y) = y\,e^{x} - 3x - y + 5$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: os candidatos a máximo ou mínimo são x = 0 e y = 3. Esses candidatos não são máximos nem mínimos dado que a condição de segunda ordem é : $z_{xx} > 0$ e $z_{xx} * z_{yy} - (z_{xy})^2 < 0$. Assim, é um ponto de sela.

2. Encontre os pares de números que são candidatos a satisfazer o seguinte problema: seu produto tem que ser igual a 25, mas sua soma tem que ser a menor possível.

(Esta questão, que vale dois pontos, tem que ser resolvida por Lagrange e só serão consideradas as respostas obtidas mediante esse método)

Resposta: os pares de números são x = y = -5 e x = y = 5. Obviamente, ao problema de minimização corresponde a solução x = y = -5.

3. Imagine que estamos diante de um indivíduo que maximiza a sua utilidade sujeito a uma restrição que está dada por seu salário. Suponha que ele encontre o ponto de maximização e, nesse ponto, o nível de utilidade é de 245. Se seu salário aumenta em um Real, o nível de utilidade vai para 300. Qual é o valor do multiplicador de Lagrange?

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: o valor do multiplicador de Lagrange é de 55, dado que o mesmo vai medir a sensibilidade da função objetivo diante uma alteração da restrição (logicamente estamos trabalhando com aproximações).

4. Dada a seguinte função, $z (x;y) = e^{xy} x y$, encontrar o diferencial total de z. (Esta questão vale um ponto)

Resposta: $dz = (e^{xy} x y^2 + e^{xy} y) dx + (e^{xy} x^2 y + e^{xy} x) dy$

5. Imagine que temos uma função z (x;y) que é homogênea de grau 3. Si a elasticidade de z com respeito a x é de 4, qual é a elasticidade de z com respeito a y?

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: sabemos, pelo Teorema de Euler, que quando uma função é homogênea a soma das elasticidades tem que ser igual ao grau de homogeneidade. Assim, a elasticidade de z com respeito a y é de -1.

6. Suponha a seguinte função: $z (x;y) = e^{xy}$. Encontre uma aproximação de Taylor para um ponto em torno de (0;0).

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: z = 1.

7. Encontre dy / d t dado: $y(t,K) = 0.2 K (1+t)^{0.5}$; $K (t) = K_0 e^{0.05 t}$.

(Importante: a derivada dy / dt deve ser encontrada mediante a Regra da Cadeia. Respostas encontradas por outros métodos não serão consideradas. Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $d y / dt = 0.1 (1 + t)^{-0.5} K + 0.001 (1+t)^{0.5} K.$

Questão Extra (os pontos obtidos nesta questão se agregam à terceira prova)

Imagine o seguinte modelo macroeconômico:

$$Y = D_0 + D (Y; i)$$

$$Ms = Md (Y; i)$$

Vocês vão estudar em macro, que a primeira equação é o equilíbrio no mercado de bens e a segunda o equilíbrio no mercado monetário. As derivadas parciais têm as seguintes características: $0 < D y < 1$; $Di < 0$, $Md_y > 0$ e $Md_i < 0$.

Obviamente, aqui temos duas variáveis exógenas, que são D_0 (demanda autônoma, ou seja, que independe do nível de renda e da taxa de juros) e Ms, que é a oferta de moeda (determinada, exogenamente, por exemplo, pelo Banco Central). As demais variáveis têm o significado usual: Y = nível de renda; i = taxa de juros; D = demanda agregada; e Md = demanda de moeda.

A pergunta é: qual é o sinal de $d\,y / d\,D_0$**.** A resposta tem que ser obtida mediante diferenciação e determinantes. Só serão consideradas respostas obtidas através desse procedimento.

Resposta: $d\,y / d\,D_0 = Md\,i \,/ \left[\ (1 - Dy)\, Mdi + Di\, Mdy\ \right] > 0$