

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa I
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2012.

Questões

1. Uma função muito utilizada em demografia, economia, etc., é a função logística, que pode ser dada pela seguinte expressão:

$$y(t) = \frac{L}{1 + Ae^{-rt}}$$

onde: L, A e r são parâmetros.

Mediante derivação logarítmica, determine a taxa de variação da expressão anterior.

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: Aplicando logaritmo na expressão anterior temos que:

$$\ln(y(t)) = \ln(L) - \ln(1 + Ae^{-rt})$$

$$\frac{d \ln y}{dt} = - \frac{-rAe^{-rt}}{1 + Ae^{-rt}} = \hat{y}$$

2. Assuma uma função f(x). Sabendo que $d \ln f / d \ln x = x$, qual é a taxa de variação de f ?

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: 1

3. Questão de ANPEC-2003:

“Considere a expansão de Taylor par a função $y = f(x)$ em torno de um ponto $x = 0$. Assinale V (verdadeiro) ou F (Falso);

$$e^x = 1 + e^x x + e^x x^2 + e^x x^3 + \dots$$

(Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso da resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: falso

4. Questão de ANPEC-2004:

“Considerando a função: $f(x) = (x^2 - 1)(x - 3)$, assinale se é verdadeiro ou falso:

$f(x)$ é côncava no intervalo $(-\infty; -3)$ “

(Não precisa justificar a resposta. Simplesmente dizer se é Falso ou Verdadeiro. No caso da resposta ser correta ganha um ponto, no caso de ser incorreta perde (desconto) um ponto. No caso de não responder não ganha nem perde pontos).

Resposta: verdadeiro.

5. Encontrar, mediante a derivada com respeito a $\ln x$, a elasticidade da seguinte função:

$$y(x) = (x^{-\delta} + 1)^{-(1/\delta)}$$

onde: δ = parâmetro.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: Aplicando logaritmo na expressão anterior e explicitando $\ln(x)$ em x , temos:

$$\ln(y) = -\delta^{-1} \ln(e^{-\delta \ln(x)} + 1)$$

$$\frac{d \ln(y)}{d \ln x} = \xi_{y,x} = \frac{x^{-\delta}}{e^{-\delta} + 1}$$

6. Assumam a seguinte expressão:

$$x^2 + xy - y^3 = 0$$

Suponham que $y(x)$. Encontrar dy/dx e depois os valores de y e x que fazem que dy/dx seja zero (com $x \neq 0$)

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: derivando implicitamente a expressão anterior temos que :

$$2x + y + xy' - 3y^2y' = 0$$

Colocando em evidência y' temos que :

$$y' = \frac{-2x - y}{x - 3y^2}$$

Quando $y'=0$ temos que: $y = -2x$.

Substituindo na função original de alguns passos algébricos temos que :

$$x = \frac{1}{8}; y = -\frac{1}{4}$$

7. Encontrar os máximos, mínimos ou pontos de inflexão da seguinte função:

$$y(x) = x^2 e^{-x}$$

(Trabalhar com as condições de primeira e segunda ordem. Esta questão vale dois pontos)

Resposta:

$$y' = e^{-x}x(2 - x) = 0$$

$$x_1 = 0; x_2 = 2$$

$$y''(0) > 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ mínimo}$$

$$y''(2) > 0 \Rightarrow x_2 = 2 \text{ máximo}$$