

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2012
Primeira Prova

A solução para uma equação diferencial do tipo: $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$ está dada pela seguinte expressão:

$$y(x) = e^{-\int a(x) dx} \left(Cte + \int e^{\int a(x) dx} b(x) dx \right)$$

Questões

1. Resolva a seguinte equação diferencial:

$$y' = e^{x+y}$$

(Esta questão vale um ponto)

Resposta: $y(x) = -\ln(cte - e^x)$ com $cte > e^x$.

2. Resolva a seguinte equação diferencial:

$$x y' + y = y^2 (\ln x)$$

(Esta questão vale três pontos. Lembrem da equação de Bernoulli: $z' + (1-n)z = a(x)$)

Resposta: sabemos que $(1-n) = -1$. Em z a nossa equação diferencial será:

$$z' - x^{-1} z = -(\ln x) x$$

Resolvendo e voltando a y a solução é:

$$y(x) = (Cte. x + \ln x + 1)^{-1}$$

3. Pergunta de ANPEC/2003.

Supondo o domínio de $x \geq 0$, encontrar a função $y(x)$ que satisfaz a seguinte equação diferencial:

$$y' - y x^{-1} = x ; y(3) = 18$$

e que valor de x faz que y(x) seja igual a 4.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: a resolução da equação diferencial é:

$$y(x) = \text{Cte.} \cdot x + x^2$$

Sabendo que $y(3) = 18$, temos que $\text{Cte.} = 3$. Ou seja, a expressão anterior fica:

$$y(x) = 3x + x^2$$

Agora temos que encontrar o x que faz que a função anterior seja igual a 4. Vai ficar a seguinte equação de segundo grau:

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

cujas raízes são: $x_1 = 1$ e $x_2 = -4$. Uma vez que $x \geq 0$, temos que a resposta é $x=1$.

4. Suponha o seguinte modelo de oferta e demanda:

$$Q_d = 160 - 5 p(t) - 3 p'(t)$$

$$Q_s = 40 + 3 p(t) + 3 p'(t)$$

$$p(0) = p_0$$

onde: $p(t)$ = preço do período t.

Perguntas: a) determine o preço de equilíbrio desse mercado ; b) vamos supor que em um momento a interação da oferta e demanda não geram esse preço de equilíbrio, com o transcorrer do tempo, o preço voltará ao equilíbrio ? Em outras palavras, esse mercado é estável ou não ?

(Esta questão vale três pontos)

Resposta: igualando a oferta e demanda chegamos à seguinte equação diferencial:

$$p' + 2 p = 30.$$

Estudamos na sala de aula que o equilíbrio vem dado por: b/a . Ou seja, que neste caso o preço de equilíbrio é 15. A resolução da equação diferencial é:

$$p(t) = (p_0 - 15) e^{-2t} + 15$$

Uma vez que $a = 2$, temos que esse equilíbrio é estável.

5. Avalie a seguinte afirmação:

“Dada uma função $y(x)$, sabendo que $dlny/dx = 3$, concluímos que $dlny/dlnx = 3/x$ ”

(Deve se respondido se essa afirmação é falsa ou verdadeira. Não precisa justificar a sua resposta, somente falar se é falsa ou verdadeira. No caso da resposta estar correta ganha um ponto, no caso da resposta estar errada desconto um ponto. O aluno que não responder não ganha nem perde pontos)

Resposta: falsa. Sabemos que $dlny/dx$ é a taxa de variação de uma função. Sabemos, também, que $dlny/dlny$ é a elasticidade. A elasticidade é a taxa de variação vezes a variável independente. Ou seja, $dlny/dlnx$ é $3x$ e não $3/x$.