

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2016
Primeira Prova

Questões

A solução para uma equação diferencial do tipo: $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$ está dada pela seguinte expressão:

$$y(x) = e^{-\int a(x) dx} \left(Cte + \int e^{\int a(x) dx} b(x) dx \right)$$

1. Resolver a seguinte equação diferencial:

$$y(x)' = e^x - (2x/(x^2 - 1))$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y(x) = e^x - \ln(x^2 - 1) + Cte$

2. Resolva a seguinte equação diferencial:

$$3xy' - 2y = x^3 y^{-2}$$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y(x) = [x^3 + Cte x^2]^{(1/3)}$

3. Na sala de aula deixei um exercício para vocês resolverem nas suas casas e me enviarem uma resposta. Só recebi a resposta de um aluno (Marcelo Mendes). Esse problema era uma equação diferencial denominada de Gompertz, uma equação de crescimento muito utilizada em biologia. A equação diferencial em questão pode ser representada por:

$$y' = -ay \ln(y/b), \text{ onde } a \text{ e } b \text{ são parâmetros.}$$

Resolva essa equação diferencial (Marcelo está dispensado de responder a esta pergunta).
(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: $y(x) = be^{Cte(-at)}$

4. Suponha que a população de um país se duplica a cada 13 anos. Determine a equação diferencial que satisfaça essa evolução temporal.

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: a equação que representa a trajetória temporal é: $P(t) = 2^{\frac{t}{13}} P(0)$. Derivando temos que: $P'(t) = (\ln 2) P(t)$.

5. Questão ANPEC/2016:

“Considere a equação diferencial abaixo:

$$y''(x) - 3y'(x) = 0, \text{ tal que } y(1) = 1 + 2e^3 \text{ e } y'(1) = 6e^3.$$

Determine $y'(0)$. “

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta: 6.