

Universidade de Brasília
Departamento de Economia
Disciplina: Economia Quantitativa II
Professor: Carlos Alberto
Período: 2/2015
Provão

Sistema de Equações Diferenciais

$$\begin{vmatrix} A_2 - r_i A_1 \end{vmatrix} = 0 ; [A_2 - r_i A_1] C_i = 0 ; X_p; Y_p = -A_2^{-1} B$$

Sistema de Equações em Diferença

$$\begin{vmatrix} A_2 - r_i A_1 \end{vmatrix} = 0 ; [A_2 - r_i A_1] C_i = 0 ; X_p; Y_p = [A_1 - A_2]^{-1} B$$

Em uma Equação Diferencial do tipo $y'(x) + a(x)y(x) = b(x)$ (onde x é a variável dependente e $a(x)$ e $b(x)$ são funções) a solução vem dada pela seguinte expressão:

$$y(x) = e^{-\int a(x) dx} \left[Cte + \int e^{\int a(x) dx} b(x) dx \right]$$

Questões

1. Desenhe o diagrama de fase do seguinte sistema de equações diferenciais:

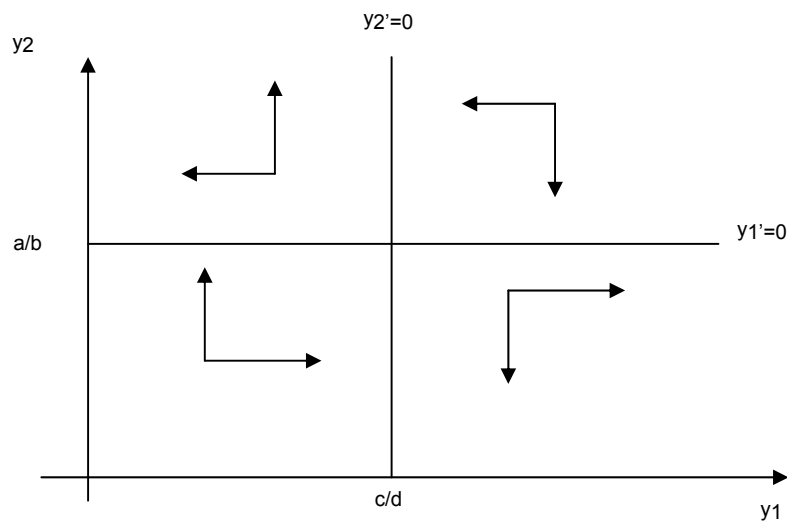
$$y_1' = (a - b y_2) y_1$$

$$y_2' = (c - d y_1) y_2$$

onde: a, b, c e $d > 0$

(Esta questão vale dois pontos)

Resposta:



2. Dado o seguinte modelo:

$$Q_{d,t} = 4 - 3P_t$$

(onde: $Q_{d,t}$ = quantidade demandada no período t ; P_t = preço do período t);

$$Q_{s,t} = (P_t^e)^2$$

(onde: $Q_{s,t}$ = quantidade oferecida no período t ; P_t^e = preço esperado no período t);

$$P_t^e = P_{t-1}$$

$$Q_{d,t} = Q_{s,t}$$

Determine o equilíbrio (ou os equilíbrios) do modelo, avalie a estabilidade do (s) mesmo (s) (justifique a sua caracterização) e desenhe o diagrama de fase.

(Esta questão vale três pontos)

Resposta:

Trabalhando com esse sistema chegamos à seguinte equação em diferença:

$$P_t = (4/3) - (1/3) P_{t-1}^2$$

Em equilíbrio, quando $P_t = P_{t-1}$, temos a seguinte equação de segundo grau:

$$P_t^2 + 3 P_t - 4 = 0$$

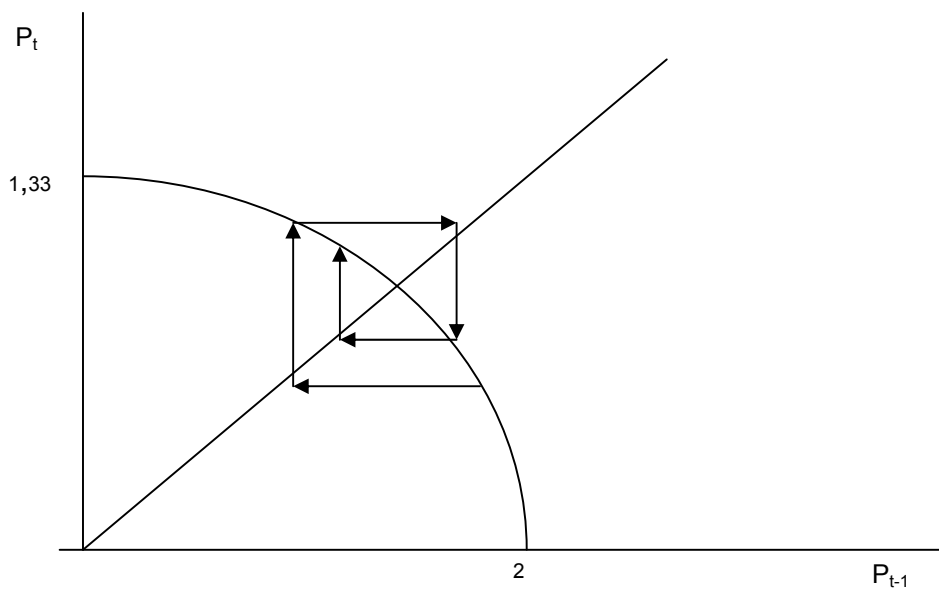
cujas raízes são 1 e -4. Como não existe preço negativo o equilíbrio que devemos considerar é 1.

Fazendo uma aproximação linear em torno de 1 temos a seguinte equação (linear) em diferença:

$$P_t = (5/3) - (2/3) P_{t-1}$$

Uma vez que o coeficiente de P_{t-1} é $-2/3$ o equilíbrio é estável oscilante.

O diagrama de fase é:



3. Questão ANPEC/2014:

“Encontre $x_0 + y_0$, em que (x_0, y_0) é a solução do seguinte problema de otimização:

$$\max_{x,y}(x + 2y)$$

Sujeito à

$$2x^2 + y^2 = 18.”$$

(Esta questão deve ser respondida utilizando K-T e vale um ponto)

Resposta: 5.

4. Questão ANPEC/2013:

“Suponha que as medidas adotadas pelo governo geraram uma dinâmica para a inflação π e taxa de juros $t r$ mensal que obedece à seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \pi_{t+1} \\ r_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \pi_t \\ r_t \end{bmatrix} + B; \text{ em que } A = \begin{bmatrix} 0,9 & -0,1 \\ 0,8 & 0,2 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 0,005 \\ -0,008 \end{bmatrix}$$

Julgue as seguintes afirmações:

- (1) O estado estacionário para a inflação é 3% ao mês, mas ele é instável;
- (2) O estado estacionário para a taxa de juros é 2% ao mês e ele é estável.”

(Responder se cada uma dessas afirmações é verdadeira (V) ou falsa (F). No caso da resposta ser correta o aluno ganha um ponto. No caso de estar errada desconto um ponto. Não respondendo não ganha nem perde pontos)

Resposta: (1) F; (2) V.

5. Questão ANPEC/2012:

“Considere a equação diferencial abaixo e julgue a afirmativa:

$$t^2 y' + ty = 1 \text{ (para } t > 0)$$

$y = \ln t/t$ é uma solução para um valor inicial de $y(1)=0$

(Responder se a afirmação é verdadeira (V) o falsa (F). No caso da resposta ser correta o aluno ganha um ponto. No caso de estar errada desconto um ponto. Não respondendo não ganha nem perde pontos)

Resposta: V.

6. Questão de ANPEC/2011:

“Seja A a matriz 2×2 a qual está associada o sistema de equações diferenciais com coeficientes constantes reais

$$\begin{cases} x' = ax + by \\ y' = cx + dy \end{cases}$$

Avalie o seguinte item:

Para $a = b = d = 1$ e $c = 4$, os autovalores de A são $\lambda = 1$ e $\mu = 3$

(Responder se a afirmação é verdadeira (V) o falsa (F). No caso da resposta ser correta o aluno ganha um ponto. No caso de estar errada desconto um ponto. Não respondendo não ganha nem perde pontos)

Resposta: F.